PART3 多項式の除法

要点 ① 多項式の除法

整数の除法において

(割られる数)＝(割る数)×(商)＋(余り)

が成り立つ。

例えば，121 を 5 で割ると，商は 24，余りは 1 であることより

121＝

と表される。このとき，(余り)＜(割る数) である。

多項式を多項式で割る計算を，整数の割り算と似た方法で行う。

例 $2x^2+7x+9$ を $x+2$ で割る

$$x+2\,\overline{)\,2x^2+7x+9}$$

$2x^2+7x+9$ の最高次の項 $2x^2$ と $x+2$ の最高次の項 x に注目し, x に何を掛けると $2x^2$ になるかを考える。

$$\begin{array}{rl} x+2\,\overline{)\,2x^2+7x+9} & \\ \underline{2x^2+4x} & \cdots(x+2)\times 2x \\ 3x+9 & \end{array}$$

$x+2$ に　　を掛けたものを計算し，$2x^2+7x+9$ から引くと，余りは $3x+9$

$$\begin{array}{rl} 2x & \\ x+2\,\overline{)\,2x^2+7x+9} & \\ \underline{2x^2+4x} & \\ 3x+9 & \end{array}$$

$3x+9$ の最高次の項 $3x$ と，$x+2$ の最高次の項 x に注目し，x に何を掛けると $3x$ になるかを考える。

$$\begin{array}{rl} 2x\ \ +3 & \\ x+2\,\overline{)\,2x^2+7x+9} & \\ \underline{2x^2+4x} & \\ 3x+9 & \\ \underline{3x+6} & \cdots(x+2)\times 3 \\ 3 & \end{array}$$

$x+2$ に 3 を掛けたものを計算し，$3x+9$ から引くと，余りは 3。この 3 は, 割る式 $x+2$ より次数が低いため, これ以上計算を続けることはできない。

よって，$2x^2+7x+9$ を $x+2$ で割ったときの

　　商は $2x+3$，余りは 3

である。この結果より

　　$2x^2+7x+9=$

が成り立つ。

一般に，以下のことが成り立つ。

除法の原理（多項式）

多項式 A を多項式 B で割った商を Q，余りを R とすると

　　$A=BQ+R$ 　　R は 0 か，B より低い次数

を満たす多項式 Q，R がただ 1 つに定まる。

つまり，多項式の除法において

　　(割られる式)＝(割る式)×(商)＋(余り)

が成り立つ。

$A=BQ+R$ において，$R=0$ すなわち $A=BQ$ のとき，A は B で「　　　　　」という。
また，このとき，B は A の「　　」であるという。

3　次の多項式 A を多項式 B で割ったときの商と余りを求めよ。

(1)　$A=3x^2+x+2$，$B=x-3$　　(2)　$A=x^3+6x^2-5$，$B=x+4$

Point Pickup

多項式の除法

多項式 A を多項式 B で割る計算の手順は以下。

①　A，B を，それぞれ降べきの順に並べる。

②　割られる式 A に「欠けている次数の項」があれば，その部分をあけておく。

③　余りが 0 になるか，余りの次数が割る式 B の次数より低くなるまで割り算を行う。

第 1 講　PART3 確認問題

次の多項式 A を多項式 B で割ったときの商と余りを求めよ。

1 $A=2x^2+9x+7$，$B=x+4$

商　［ア］$x+$［イ］

余り　［ウ］

2 $A=x^3-x^2+4$，$B=x-3$

商　x^2+［エ］$x+$［オ］

余り　［カキ］

PART3 多項式の除法

3 次の多項式 A を多項式 B で割ったときの商と余りを求めよ。

(1) $A=3x^2+x+2$，$B=x-3$　　(2) $A=x^3+6x^2-5$，$B=x+4$

[解答]

(1)

$$\begin{array}{rr} & 3x+10 \\ x-3 \big) & \overline{3x^2+x+2} \\ & \underline{3x^2-9x} \\ & 10x+2 \\ & \underline{10x-30} \\ & 32 \end{array}$$

商 $3x+10$　　余り 32

(2)

$$\begin{array}{rr} & x^2+2x-8 \\ x+4 \big) & \overline{x^3+6x^2-5} \\ & \underline{x^3+4x^2} \\ & 2x^2 \\ & \underline{2x^2+8x} \\ & -8x-5 \\ & \underline{-8x-32} \\ & 27 \end{array}$$

商 x^2+2x-8　　余り 27

第 1 講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：1，ウ：3

[解説]

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x \quad +1 \\
\hline
x+4 & 2x^2+9x+7 \\
 & \underline{2x^2+8x} \\
 & x+7 \\
 & \underline{x+4} \\
 & 3
\end{array}
$$

[A]

商　$\boldsymbol{2x+1}$

余り　**3**

> [A]　多項式 A を多項式 B で割った商を Q，余りを R とすると
> 　$A=BQ+R$
> 　　　（R は 0 か，B より低い次数）
> を満たす多項式 Q，R がただ 1 つに定まる。

2

[正解] エ：2，オ：6，カキ：22

[解説]

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2+2x \quad +6 \\
\hline
x-3 & x^3-\ x^2 \qquad +\ 4 \\
 & \underline{x^3-3x^2} \\
 & 2x^2 \\
 & \underline{2x^2-6x} \\
 & 6x+\ 4 \\
 & \underline{6x-18} \\
 & 22
\end{array}
$$

[B]

商　$\boldsymbol{x^2+2x+6}$

余り　**22**

> [B]　多項式 A を多項式 B で割る計算の手順
> ①　A，B を，それぞれ降べきの順に並べる。
> ②　割られる式 A に「欠けている次数の項」があれば，その部分をあけておく。
> ③　余りが 0 になるか，余りの次数が割る式 B の次数より低くなるまで割り算を行う。